

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ПУСКЕ СИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ С КАТЯЩИМСЯ РОТОРОМ (ДКР)

В отечественной литературе вопросу пуска ДКР посвящено очень ограниченное число работ. И даже в этих работах [1—3] отсутствует единство взглядов на теорию рабочего процесса и переходных процессов при пуске ДКР.

При исследовании процесса пуска электрической машины обычно рассматриваются следующие вопросы: время пуска, броски тока, потери энергии и нагрев обмоток. Как показывают экспериментальные данные [3], длительность электромагнитных переходных процессов в ДКР невелика и составляет не более полпериода. Это объясняется тем, что обмотки на роторе, которые в обычных синхронных машинах имеют постоянные времени, значительно превышающие постоянные времени статорных обмоток, в ДКР отсутствуют. Поэтому переходные электромагнитные процессы, обусловленные обмотками статора с малыми постоянными времени, можно не учитывать [4]. Если же необходимо учесть электромагнитные переходные процессы, то в первом приближении апериодические составляющие тока и потокосцеплений можно принять приближенно спадающими по экспоненциальному закону. Тогда и сила тяжения и электромагнитный момент будут возникать не мгновенно, а возрастать по экспоненте. Скорость нарастания их будет зависеть от величины постоянных времени обмоток статора.

В настоящей статье приводятся результаты применения аналоговых вычислительных машин для анализа процессов пуска ДКР при следующих допущениях:

1. Сила тяжения ротора к статору возникает мгновенно, неизменна по величине и вращается относительно статора с угловой скоростью ω_F .
2. Сила тяжения ротора к статору нарастает по экспоненте с постоянной времени T_{exp} и вращается относительно статора с угловой скоростью ω_F .
3. Момент нагрузки — момент сухого трения.
4. Демпфирующие моменты отсутствуют.

При этих допущениях уравнение движения ротора ДКР, насаженного на эксцентриковый вал, записывается в следующем виде:

$$\frac{d\omega_B}{dt} = \frac{Fei^2}{I'_B} \sin \left(\omega_F t - \int \omega_B dt + \varphi \right) - \frac{M_c}{I'_B} \operatorname{sign} \omega_B, \quad (1)$$

где ω_B — угловая скорость точки перекачивания;

I'_B — момент инерции подвижных частей ротора относительно точки перекачивания;

M_c — момент нагрузки на валу ДКР;

φ — начальная фаза силы тяжения относительно точки касания;

F — амплитуда силы тяжения ротора к статору;

e — эксцентриситет оси ротора относительно оси статора.

Уравнение (1) целесообразно нормализовать, приведя его к безразмерному виду, и уменьшить число независимых параметров. Решения нормализованного уравнения должны быть справедливы для любого ДКР независимо от мощности, передаточного отношения, частоты питающей сети и пр.

Введем базовые величины:

$M_{\text{баз}} = Fei^2$ — максимальный момент, развиваемый силой тяжения;

$T_{\text{баз}} = \frac{1}{\omega_0}$ — время, равное периоду собственных колебаний ротора при малых возмущениях состояния устойчивого равновесия;

$\omega_0 = \sqrt{\frac{M_{\text{баз}}}{I'_B}}$ — круговая частота собственных колебаний ротора;

$c = \frac{\omega_0}{\omega_F}$ — безразмерный параметр;

$\tau = \omega_F t$ — безразмерное текущее время;

$\gamma = \frac{\omega}{\omega_F}$ — текущая относительная скорость перекачивания ротора.

С учетом введенных обозначений уравнения движения ротора при пуске примут следующий вид:

$$\frac{d\gamma}{d\tau} = c^2 \left[\sin \left(\tau - \int \gamma d\tau + \varphi \right) + \sin \delta \operatorname{sign} \gamma \right]; \quad (2)$$

$$\frac{d\gamma}{d\tau} = \left(1 - e^{-\frac{\tau}{T_{\text{exp}}}} \right) c^2 \sin \left(\tau - \int \gamma d\tau + \varphi \right) + c^2 \sin \delta \operatorname{sign} \gamma. \quad (3)$$

Уравнением (2) характеризуется движение ротора при пуске с круговой силой тяжения, возникающей мгновенно, т. е. при пренебрежении переходными процессами.

Уравнением (3) учитывается аperiodическая составляющая момента, обусловленная электромагнитным переходным процессом.

На АВМ исследовалась динамика пуска ДКР при следующей вариации постоянных параметров:

$$c=0,6; 0,8; 1,0; \sqrt{2}; 2,0; 2\sqrt{2}; 4,0;$$

$$\varphi=0; 45^\circ; 90^\circ; 135^\circ; 180^\circ; 225^\circ; 270^\circ; 315^\circ;$$

$$\sin \delta=0; 0,1; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,845.$$

Решения получены в виде:

$$\gamma=f(\tau); M_{\text{дин}}=f(\tau) \text{ и } \gamma=f(M_{\text{дин}}).$$

Случай круговой силы, возникающей мгновенно

Пуск ДКР на холостом ходу. При отсутствии демпфирующих моментов (идеальный холостой ход) динамика движения ротора в значительной степени зависит от фазы включения двигателя, что видно из рис. 1. В зависимости от соотношения частот ω_F и ω_0 предельные начальные фазы, при которых возможен пуск, неодинаковы. На рис. 1 представлена зависимость $c_{\min}=f(\varphi)$, характеризующая предельную область входа в синхронизм при пуске ДКР на холостом ходу. Этот вывод подтверждается и аналитически. Уравнение (2) может быть записано в виде:

$$\frac{d^2\Theta}{d\tau^2} = -c^2 \sin \Theta, \quad (4)$$

$$\text{если } \tau - \int_0^\tau \gamma d\tau + \varphi = \Theta \text{ и } \frac{d\Theta}{d\tau} = 1 - \gamma.$$

Уравнение (4) может быть приведено к уравнению первого порядка умножением на $\frac{d\Theta}{d\tau}$ и интегрированием:

$$\left(\frac{d\Theta}{d\tau}\right)^2 = 2c^2 \cos \Theta + C_1, \quad (5)$$

где C_1 — постоянная интегрирования, определяемая из начальных условий:

$$C_1 = -2c^2 \cos \varphi + 1. \quad (6)$$

Подставляя (6) в (5) и решая относительно τ , получим:

$$\tau = \int_\varphi^\Theta \frac{d\Theta}{\sqrt{2c^2 \cos \Theta - 2c^2 \cos \varphi + 1}} + C_2. \quad (7)$$

Нетрудно показать, что интеграл (7) есть эллиптический интеграл первого рода, который легко сводится к лежандровой форме. Значения его табулированы. Аналитическое решение уравнения (4) дает следующую зависимость $c_{\min}=f(\varphi)$ при значениях:

φ	0°	30°	60°	90°	120°	138°	150°	156°	162°	168°	180°
c	0,5	0,52	0,58	0,71	1,0	1,4	1,93	2,4	3,2	4,8	∞

Эти результаты хорошо совпадают с данными математического моделирования, что подтверждает правильность решения.

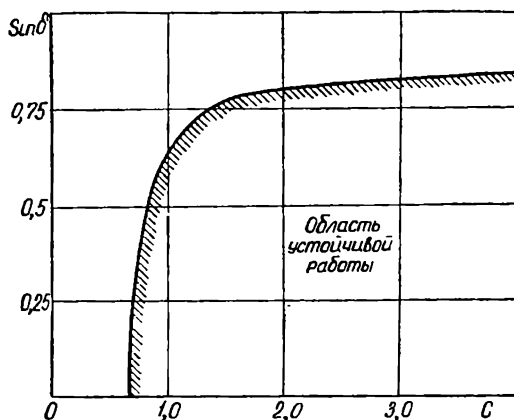


Рис. 1. График зависимости $c_{\min}=f(\varphi)$.

Из анализа осциллограммы пуска ДКР на холостом ходу при $c=0,6$ и $c=1,0$ видно, что скорость ротора в переходном режиме имеет постоянную составляющую, равную скорости вращения силы тяжения, и незатухающие колебания с амплитудой, пропорциональной величине c и начальной фазе φ . Интересно отметить, что при $c=\text{const}$ и $\varphi=0$ максимальная скорость ротора равна двойной установившейся. С увеличением c и φ амплитуда переменной составляющей скорости возрастает.

Пуск ДКР под нагрузкой. Моделирование пусков ДКР при различных c и предельных нагрузках позволило построить зависимость $\sin \delta=f(c)$ (рис. 2). Эта зависимость характеризует предельную область впадения в синхронизм при пуске ДКР под нагрузкой и может быть использована при проектировании для предварительной оценки пусковых свойств двигателя.

В отличие от холостого хода при пуске под нагрузкой начальная фаза φ оказывает значительно меньше влияния на процесс пуска. Это тем более заметно, чем выше c . При $c=1,0$ предельные значения момента сопротивления резко падают и при $c=0,6$ ДКР практически не запускается под нагрузкой.

Проведенное сравнение кривых $\sin \delta = f(A)$, $A = \frac{1}{c}$, построенных расчетным путем по методике, изложенной в [5] для синхронных реактивных двигателей, показало, что расчет по статической угловой характеристике дает область предельных значений моментов сопротивления, при которых двигатель впадает в синхронизм, значительно меньшую, чем расчет по динамической характеристике.

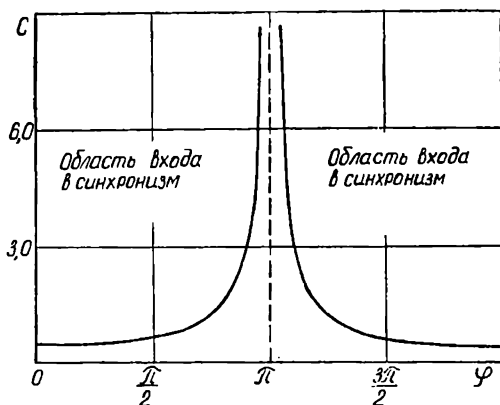


Рис. 2. График зависимости $c = f(\sin \delta)$.

Случай круговой силы, нарастающей по экспоненте

Пуск ДКР на холостом ходу. При экспоненциальном нарастании силы тяжения характер изменения скорости ротора при пуске на холостом ходу изменяется. Хотя колебания ротора остались незатухающими, однако вследствие того, что сила тяжения нарастает по экспоненте, происходит как бы увеличение действительной фазы включения двигателя, и амплитуда переменной составляющей скорости ротора также увеличивается по экспоненте. При этом время пуска двигателя увеличивается примерно пропорционально постоянной времени T_{exp} экспоненты. С увеличением T_{exp} начальная фаза, при которой для фиксированного параметра c наблюдается максимальное время пуска, уменьшается, а величина требующейся для пуска силы тяжения при этих начальных фазах уменьшается с увеличением T_{exp} .

Пуск ДКР под нагрузкой. В зависимости от величины T_{exp} время пуска ДКР изменяется. На рис. 3 приведены расчетные кривые, полученные на модели, зависимости $\tau_n = f(\varphi)$ при различных T_{exp} . Кривые построены для $c=4,0$ и $\sin \delta=0,845$ (предельная нагрузка). Из рисунка видно, что с увеличением T_{exp}

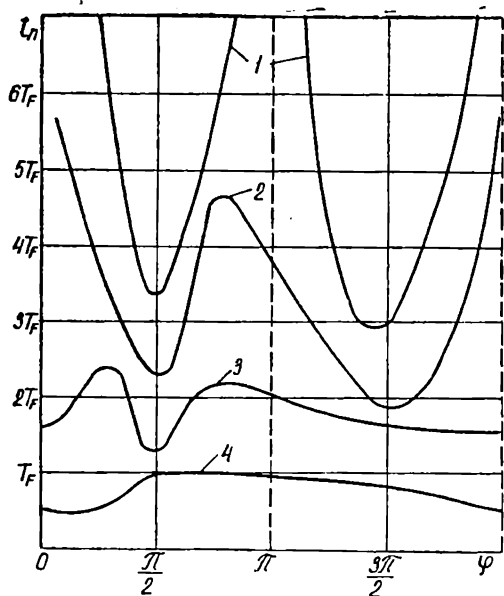


Рис. 3. График зависимости $t_n = f(\varphi)$:
 1 — 1,274 T_F ; 2 — 0,637;
 3 — 0,318; 4 — 0,08.

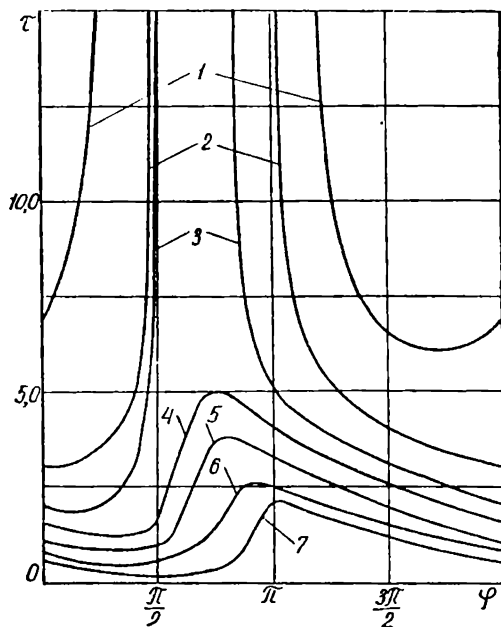


Рис. 4. График зависимости $\tau = f(\varphi)$:
 1 — $c = 0,6$; 2 — 0,8; 3 — 1,0;
 4 — $\sqrt{2}$; 5 — 2,0; 6 — $2\sqrt{2}$;
 7 — 4,0.

время пуска увеличивается и в значительной степени зависит от начальной фазы включения φ . Можно считать, что при $T_{\text{exp}} = 0,5T_F$ время пуска практически не зависит от фазы включения двигателя (для указанного значения $c=4,0$). Поскольку в реальных ДКР длительность электромагнитных переходных процессов не превышает полпериода питающего переменного напряжения, то следует учитывать влияние переходных электромагнитных процессов только на увеличение продолжительности процесса пуска. Практически время пуска двигателя при экспоненциальном нарастании силы тяжения можно приближенно определить по эмпирической формуле:

$$\tau_n \approx \frac{1}{0,05c} T_{\text{exp}}.$$

Полученные выводы были экспериментально подтверждены на опытных образцах двигателей с катящимся ротором. Опытный образец ДКР на 2 кГм с сосредоточенными обмотками на статоре имел при номинальном напряжении $\omega_0^2 = 2,65 \times 10^6$ 1/сек. При этом безразмерный параметр $c=0,88$. Предельная нагрузка по рис. 4 для $c=0,88$ составляет $0,54M_{\text{max}}$, что хорошо согласуется с опытными данными.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Н. Алексеев-Мохов. Пуск двигателя с катящимся ротором. «Электротехника», 1966, № 2.
2. А. И. Бертинов, В. В. Варлей. Пуск электродвигателя с катящимся ротором. «Электротехника», 1966, № 12.
3. А. И. Бертинов, В. В. Варлей. Электрические машины с катящимся ротором М., «Энергия», 1969.
4. И. И. Трещев. Методы исследования электромагнитных процессов в машинах переменного тока. М., «Энергия», 1969.